

Rapport sur les équations et inéquations du second degré.

Comme nous l'avons vu dans les exercices du cours sur les logarithmes népériens dans l'exemple iii.3, on peut avoir à résoudre une équation et une inéquation du second degré pour étudier le signe d'une dérivée.

Si $\Delta > 0$, $f(x) = ax^2+bx+c$ (a différent de 0 ! bien sûr, sinon ce n'est plus du second degré) est du même signe de a à l'extérieur des deux solutions distinctes x_1 et $x_2 = \dots$.

Exemple : Pour x^2-1 , $\Delta = 0^2 - 4(1)(-1) = 4 > 0$, l'équation $x^2-1=0$ admet deux solutions distinctes $x_1 = -1$ et $x_2 = 1$

Le signe de x^2-1 est positif quand $x < -1$ ou quand $x > 1$ (Entre les deux, $f(x)$ est du signe de $-a$. C'est à dire négatif, car $a = 1 > 0$ donc $-a = -1$ est bien négatif) .

Si Δ est nul, ax^2+bx+c est toujours du signe de a et nul pour la solution double $x_{12} = -b/2a$.

Exemple : x^2+2x+1 , je vous propose de calculer le discriminant et de dresser le tableau de variation de cette fonction.

Quelles sont les coordonnées de l'extrémum? Est-ce un maximum ou un minimum ?

Si $\Delta < 0$, ax^2+bx+c est toujours du signe de a et ne s'annule jamais.

Exemple : Pour x^2+1 et $-x^2-1$, je vous propose de calculer les discriminants et de dresser le tableau de variation correspondant à chacune de ces deux fonctions.

Que constatez-vous quant à leurs positions par rapport à l'axe des abscisses ?